

Bearings Challenge

Bob zna położenie pewnego zakopanego złota; leży ono dokładnie 100km stąd, na linii dokładnie 123.5° zgodnie z ruchem wskazówek zegara od północy.

Bob knows the location of some buried gold, it lies exactly 100km away, on a line exactly 123.5° clockwise from North.

Bob ma elektroniczny kompas, który może kierować nim według azymutów, bez błędu; niestety, zaakceptuje tylko 3-cyfrowe azymuty, bez ułamków stopni.

Bob has an electronic compass that can direct him on bearings, with no error, unfortunately, it will only accept 3 digit bearings, with no fractions of degrees.

Aby znaleźć złoto, Bob musi dotrzeć na odległość do 1m od jego położenia.

To find the gold, Bob must arrive within 1m of its location.

Wprowadzenie

Introduction

1 Introduction

Założ, że wszyscy podróżni mogą doskonale mierzyć przebytą odległość.

Assume all travellers can perfectly measure their distance travelled.

1. Skalując w stosunku 1cm : 20km, naskicuj mapę dla Boba, oznacz kąty i odległości

Using a scale of 1cm : 20km, sketch a map for Bob, label the angles and distances

2. Ustal, jak Bob może zlokalizować złoto, podróżując po azymucie 180° , a następnie 090°

Determine how Bob can locate the gold by travelling on a bearing of 180° followed by 090°

3. Bob może przebyć 20km dziennie; ile czasu zajmie mu podróż do złota?

Bob can travel 20km a day, how long will it take him to travel to the gold?

4. Rob natknął się na mapę do złota i zamierza wyznaczyć kurs, aby dotrzeć przed Bobem, podróżując na południowy wschód, a następnie na wschód. Uzbrojony w ten sam model kompasu elektronicznego i podróżując z tą samą prędkością, o ile wcześniej dotrze?

Rob has stumbled upon the map to the gold, and intends to plot a course to arrive before Bob, travelling Southeast, then East. Armed with the same model of electronic compass, and travelling at the same speed, how much earlier will he arrive?

5. Chcesz dotrzeć do skarbu przed Bobem i Robem, ale także możesz podążać tylko za 3-cyfrowymi **azymutami**. A teraz obaj mają 7 godzin przewagi! Pokonując 20km dziennie, czy możesz znaleźć sposób, aby dotrzeć do złota pierwszy? Czy twoja trasa jest najszybsza możliwa?

You want to beat both Bob and Rob to the treasure, but can also only follow 3 digit **bearings**. And now they both have a 7 hour head start! Covering 20km per day can you find a way to arrive at the gold first? is your route the quickest possible?

Wyzwanie I

Challenge I

2 Challenge I

Wcześniej zakładaliśmy, że podróżni mogą mierzyć swoje odległości z nieograniczoną dokładnością – w rzeczywistości tak nie jest. Na szczęście ty, Bob i Rob pobraliście aplikację, która da sygnał za każdym razem, gdy przebędziesz dokładnie 1km po linii prostej.

Previously we assumed that the travellers could measure their distances with unlimited precision - in reality that is not the case. Luckily, you, Bob and Rob have downloaded an app that will ping every time you travel exactly 1km in a straight line.

Dlatego wszystkie odcinki podróży muszą być dokładnymi wielokrotnościami 1km!

Therefore - all sections of journeys must be exact multiples of 1km!

1. Ustal, jak daleko od położenia złota znajdziesz się ty, Bob i Rob, jeśli **zaokrąglisz** każdy odcinek swoich zaplanowanych podróży do najbliższego kilometra. W ten sposób pokaż, że złoto pozostanie zakopane.

Determine how far off the gold's location you, Bob and Rob will be if you **round** each leg of your planned journeys to the nearest kilometre. Thus show that the gold will remain buried.

2. Jaki jest wynik podróży następującą trasą:

What is the outcome of travelling the following route:

- **2km po azymucie 179°**
2km on a **bearing** 179°
- **2km po azymucie 000°**
2km on a **bearing** of 000°
- **1km po azymucie 182°**
1km on a **bearing** of 182°
- **1km po azymucie 000°**
1km on a **bearing** of 000°

Jaki jest wynik podróży następującą trasą:

What is the outcome of travelling the following route:

3.
 - **2km po azymucie 091°**
2km on a **bearing** 091°

- 2km po azymucie 270°
2km on a bearing of 270°
 - 1km po azymucie 088°
1km on a bearing of 088°
 - 1km po azymucie 270°
1km on a bearing of 270°
4. Użyj poprzednich dwóch pytań, aby pokazać, że trasa prowadząca do złota jest możliwa – ile czasu zajmie ta trasa?
Use the previous two questions to show that a route leading to the gold is possible - how long will this route take?
5. Pokaż, że można wyznaczyć trasę na odległość do 1m od dowolnego położenia (x, y)
Show that it is possible to plot a route to within 1m of any location (x, y)
6. Pokaż, że można wyznaczyć trasę o co najwyżej 6 odcinkach na odległość do 1m od dowolnego położenia (x, y)
Show that it is possible to plot a route with at most 6 legs to within 1m of any location (x, y)

Wyzwanie II

Challenge II

3 Challenge II

Teraz ograniczamy naszą uwagę do tras, które mają tylko dwa odcinki, a więc przyjmują następującą postać:

Now we restrict our attention to routes that have only two legs, thus take the following form:

- Przebądź M km po azymucie ABC°
Travel M km on a bearing of ABC°
- Przebądź N km po azymucie XYZ°
Travel N km on a bearing of XYZ°

Gdzie $000^\circ \leq ABC, XYZ < 360^\circ$ oraz $M, N \in \mathbb{N}$

Where $000^\circ \leq ABC, XYZ < 360^\circ$, and $M, N \in \mathbb{N}$

1. Rozważ przypadek, w którym $M > 6000$; jakie ograniczenie nakłada to na XYZ° , aby powrócić na odległość 100km od miejsca startu?

Consider the case that $M > 6000$, what restriction does this place on XYZ° to return within 100km of the start location?

2. Użyj twierdzenia cosinusów, aby wyznaczyć rozstęp możliwych wartości N dla danego M , aby koniec podróży znajdował się między 0 a 100km od startu

Use the cosine rule to determine the range of N values possible given M , to ensure that the end of the journey lies between 0 and 100km from the start

3. W ten sposób ustal ograniczenie górne liczby możliwych dwuczłonowych podróży, które musimy rozważyć

Thus establish an upper bound on the number of possible two leg journeys that we need to consider

4. Czy wniosek z poprzedniej sekcji nadal musi być prawdziwy?

Does the conclusion from the previous section still necessarily hold?

5. Użyj poniższej tabeli, aby udoskonalić ograniczenie górne liczby możliwych dwuczłonowych podróży do rozważenia:

Use the following table to refine the upper bound of the number of possible two leg journeys to consider:

	ABC° Option count	M in range	XYZ° Option count per M value (upper bound)	N Op- tion count per M value (upper bound)	Total journey option count for this M range
$M \leq 100$					
$100 < M \leq 500$					
$500 < M \leq 2000$					
$2000 < M \leq 6000$					

6. Rozważ podróż:

Consider the journey:

- Przebądź N km po azymucie XYZ°
Travel N km on a bearing of XYZ°
- Przebądź M km po azymucie ABC°
Travel M km on a bearing of ABC°

a zatem ustal **ograniczenie górne** U liczby dwuczłonowych podróży, które kończą się w odległości 100km od punktu startu, przy $U < 10^{10}$

and thus establish an **upper bound** U , on the number of two leg journeys that finish within 100km of the start point, with $U < 10^{10}$

7. Rozważ **pole** w metrach kwadratowych koła o **promieniu** 100km, a zatem pokaż, że istnieją pewne położenia, których nie można osiągnąć na odległość 1m, podróżując dwuczłonowo

Consider the **area** in square meters of a circle **radius** 100km, thus show that there are some locations that cannot be reached within 1m, following a two leg journey

8. Użyj komputera, aby ustalić, czy złoto można osiągnąć w dwuczłonowej podróży

Use a computer to determine if the gold can be reached via a two leg journey

9. Jeśli złoto można osiągnąć, użyj komputera, aby znaleźć najbliższy punkt do złota, którego nie można osiągnąć; jeśli złota nie można osiągnąć, znajdź punkt najbliższy złota, który można osiągnąć

If the gold can be reached, use a computer to find the closest point to the gold that cannot be reached; if the gold cannot be reached, find the point closest to the gold that can