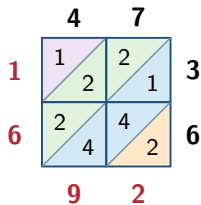


جالی ضرب دینا

Lattice Multiplication

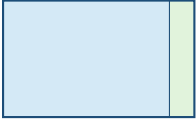


ہم کہاں جا رہے ہیں

Where we are going

1. رقبہ

1. Area



ضرب دینا ایک مستطیل کا رقبہ معلوم کرنا ہے۔

Multiplying is finding the area of a rectangle.

2. گرڈ طریقہ

2. Grid method

×	20	3
10	200	30
4	80	12

مستطیل کو ایک جدول کے طور پر لکھا گیا۔ ہر صفر دکھایا گیا ہے۔

The rectangle written as a table. Every zero shown.

3. جالی

3. Lattice

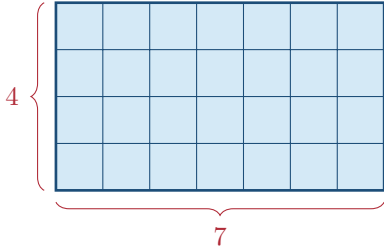


وہی حاصل ضرب، جس میں ترجمے خطوط مقامی قدر کا کام کرتے ہیں۔

The same products, with the diagonals doing the place value.

ضرب دینا رقبہ ہے

Multiplication is area



- ایک مستطیل 7 چوڑا اور 4 اونچا۔

A rectangle 7 wide and 4 tall.

- مربعوں کو گنو: $7 \times 4 = 28$

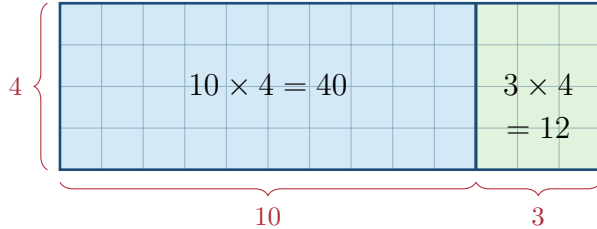
Count the squares: $7 \times 4 = 28$.

- ہر ضرب دینے کا سوال ایک مستطیل کے طور پر دکھایا جاسکتا ہے۔

Every multiplication question can be represented as a rectangle.

مستطیل کو ٹکڑوں میں کاٹنا

Chopping the rectangle up



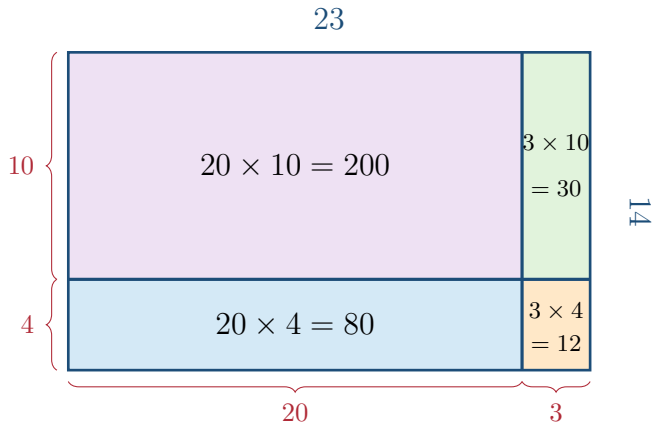
$$13 \times 4 = (10 \times 4) + (3 \times 4) = 40 + 12 = 52$$

ہم 13 کو ان حصوں میں توڑتے ہیں جنہیں ہم ذہنی طور پر ضرب دے سکتے ہیں: اس کی دہائیاں اور اکائیاں۔

We split 13 into the parts we can actually multiply in our heads: its *tens* and its *units*.

دو ہندسے ضرب دو ہندسے: چار ٹکڑے

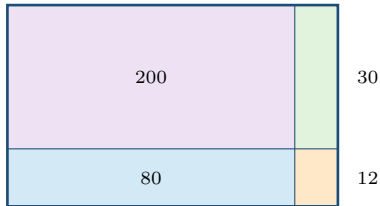
Two **digits** by two **digits**: four pieces



$$23 \times 14 = 200 + 30 + 80 + 12 = 322$$

وہی مستطیل، ایک گرڈ کے طور پر لکھا گیا

The same rectangle, written as a grid



×	20	3
10	200	30
4	80	12

$200 + 30 + 80 + 12 = 322$

- گرڈ تصویر کی طرح ہے، لیکن پیمانے پر نہیں بنایا گیا۔

The grid is like the picture, but not drawn to scale.

ہر صفر کو رکھو

Keep every zero

$\times$	40	7
30	1200	210
6	240	42

$$4 \times 3 = 12 \quad \text{so } 40 \times 30 = 1200$$

$$4 \times 6 = 24 \quad \text{so } 40 \times 6 = 240$$

$$7 \times 3 = 21 \quad \text{so } 7 \times 30 = 210$$

$$7 \times 6 = 42 \quad \text{so } 7 \times 6 = 42$$

لہذا $1200 + 240 + 210 + 42 = 1692$ اس لیے $47 \times 36 = 1692$
 $1200 + 240 + 210 + 42 = 1692$, so $47 \times 36 = 1692$

تمہاری باری: گرڈ طریقہ

Your turn: grid method

(a) $34 \times 12 =$

(b) $26 \times 45 =$

(c) $53 \times 27 =$

(d) $18 \times 63 =$

(e) $72 \times 84 =$

(f) $95 \times 48 =$

چیلنج۔ 124×36 ۔ آپ کے گرڈ کو اب کتنے خانوں کی ضرورت ہے، اور کیوں؟

Challenge. 124×36 . How many boxes does your grid need now, and why?

×		

جواب: $3 \times 2 = 6$ خانے، مقامی قدروں کے ہر

جوڑے کے لیے ایک؛ $124 \times 36 = 4464$

تمہاری باری: گرڈ طریقہ

Your turn: grid method

(a) $34 \times 12 = 408$

(b) $26 \times 45 = 1170$

(c) $53 \times 27 = 1431$

(d) $18 \times 63 = 1134$

(e) $72 \times 84 = 6048$

(f) $95 \times 48 = 4560$

چیلنج۔ 124×36 ۔ آپ کے گرڈ کو اب کتنے خانوں کی ضرورت ہے، اور کیوں؟

Challenge. 124×36 . How many boxes does your grid need now, and why?

×		

جواب: $3 \times 2 = 6$ خانے، مقامی قدروں کے ہر

جوڑے کے لیے ایک؛ $124 \times 36 = 4464$

گرڈ کے ساتھ مسئلہ

The problem with the grid

×	300	40	7
600	180000	24000	4200
50	15000	2000	350
8	2400	320	56

The method is fine for bigger numbers...

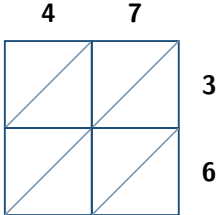
- یہ طریقہ بڑے اعداد کے لیے ٹھیک ہے...

But it is a lot of writing long numbers

- لیکن یہ لمبے اعداد لکھنے کا بہت کام ہے

جالی بنانا: قدم 1، اسے کھینچو

Building a **lattice**: step 1, draw it



- 47×36 .

- 47 کے ہر ہندسے کے لیے ایک کالم، اوپر کی طرف لکھا گیا۔

One *column* for each **digit** of 47, written across the top.

- 36 کے ہر ہندسے کے لیے ایک قطار، دائیں طرف نیچے لکھی گئی۔

One *row* for each **digit** of 36, written down the right.

قدم 2: ہر خانے کو پہاڑے کی حقیقت سے بھرو

Step 2: fill every cell with a **times-table** fact

4	7	
1 2	2 1	3
2 4	4 2	6

- متعلقہ خانے میں ہندسوں کے ہر جوڑے کو ضرب دو۔
Multiply each of the combinations of **digits** in the relevant cell.

- دہائیاں اوپر بائیں مثلث میں جاتی ہیں، اکائیاں نیچے دائیں میں۔

Tens go in the upper-left **triangle**, **units** in the lower-right.

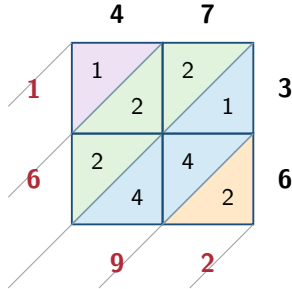
$$4 \times 3 = 12 \rightarrow \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array} / \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array}$$

$$7 \times 3 = 21 \rightarrow \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} / \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline \end{array}$$

$$4 \times 6 = 24 \rightarrow \begin{array}{|c|} \hline 2 \\ \hline \end{array} / \begin{array}{|c|} \hline 4 \\ \hline \end{array}$$

قدم 3: ترجمے خطوط کے ساتھ جمع کرو

Step 3: add along the diagonals



نیچے دائیں سے شروع کرو اور پٹیوں کے اوپر کی طرف کام کرو۔
Start at the bottom right and work up the strips.

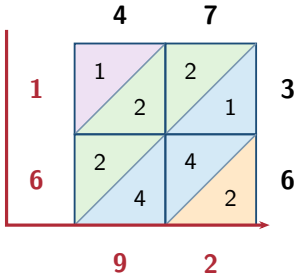
units	2	= 2
tens	4 + 4 + 1	= 9
hundreds	2 + 2 + 2	= 6
thousands	1	= 1

• ہر سایہ دار پٹی ایک مقامی قدر کا کالم ہے۔

Each shaded strip is one *place-value* column.

قدم 4: جواب کو بائیں طرف نیچے اور نیچے کی طرف پڑھو

Step 4: read the answer down the left and along the bottom



- بائیں طرف نیچے پڑھو، پھر نیچے کی طرف۔

Read **down the left-hand side**, then **along the bottom**.

- 1, 6, 9, 2

- $47 \times 36 = 1692$

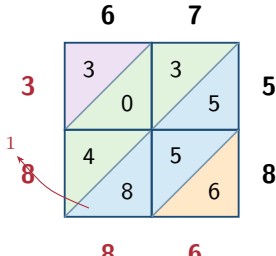
گرڈ طریقے سے موازنہ کرو:

$$1200 + 240 + 210 + 42 = 1692$$

نہیں ہے۔ لکھ کے اے لمبے جچو نہی

اگر ایک ترچھا خط 9 سے زیادہ جمع ہو جائے تو کیا ہوگا؟

What if a **diagonal** adds to more than 9?



$$67 \times 58$$

units	6	= 6
tens	5 + 8 + 5	= 18 write 8, carry 1
hundreds	4 + 3 + 0 + 1	= 8
thousands	3	= 3

- اگر کسی پٹی کا کل 10 یا اس سے زیادہ ہو، تو اکائی کا ہندسہ لکھو اور دہائی کو اگلی پٹی میں اوپر بائیں طرف کیری کرو۔
If a strip totals 10 or more, write down the units digit and **carry the tens into the next**

ترچھے خطوط کیوں کام کرتے ہیں؟

Why do the **diagonals** work?

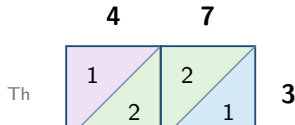
- اوپر بائیں خانے کا اصل مطلب $40 \times 30 = 1200$ ہے،
یعنی **12 سینکڑے**۔

The top-left cell really means $40 \times 30 = 1200$,
i.e. **12 hundreds**.

- اس کا **2** سینکڑوں کے ترچھے خط پر ہے اور اس کا **1** ایک
ترچھا خط مزید بائیں — ہزار پر ہے۔ بالکل درست۔

Its **2** sits on the **hundreds diagonal** and its **1** sits
one **diagonal** further left — the **thousands**.

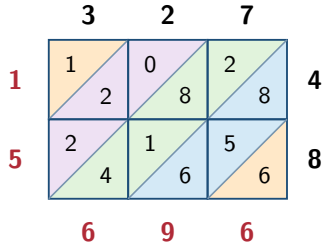
Exactly right.



- جالی میں ہر قدم جو آب بائیں یا اوپر لے جاتے ہیں 10 سے

ایک بڑی جالی: 327×48

A bigger lattice: 327×48



units	6	= 6
tens	$5 + 6 + 8$	= 19 → 9, carry 1
hundreds	$1 + 4 + 2 + 8 + 1$	= 16 → 6, carry 1
thousands	$2 + 0 + 2 + 1$	= 5
ten thous.	1	= 1

- تین ہندسے ضرب دو ہندسے $\Rightarrow$ ایک 3×2 جالی۔
Three digits by two digits $\Rightarrow$ a 3×2 lattice.

• اور کچھ نہیں بدلتا۔

Your turn: lattice

(a) $38 \times 24 =$

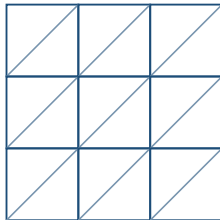
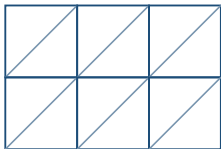
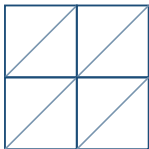
(b) $65 \times 43 =$

(c) $57 \times 89 =$

(d) $127 \times 36 =$

(e) $408 \times 57 =$

(f) $234 \times 156 =$



Your turn: lattice

(a) $38 \times 24 = 912$

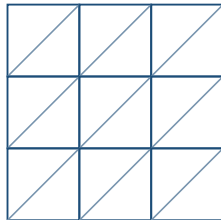
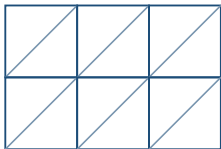
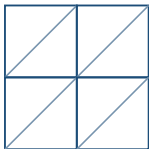
(b) $65 \times 43 = 2795$

(c) $57 \times 89 = 5073$

(d) $127 \times 36 = 4572$

(e) $408 \times 57 = 23256$

(f) $234 \times 156 = 36504$



اور اب اعشاریہ نقطہ

And now the decimal point

پہلے: ہمیشہ تخمینہ لگاؤ

First: always estimate

$$4.7 \times 3.6$$

جواب تقریباً 20 ہے

the answer is about 20

صرف یہی 20 کے قریب ہے

✓ the only one near 20

$$4.7 \approx 5 \quad 3.6 \approx 4 \quad \Rightarrow \quad \text{the answer is about } 20$$

1.692

16.92

169.2

✓ the only one near 20

اعشاریہ نقطہ کا قاعدہ

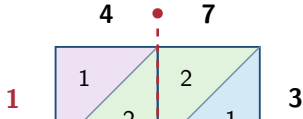
The decimal point rule

1. اعشاریہ نقطوں کو نظر انداز کرو اور ہندسوں سے جالی بناؤ: 47 اور 36۔

Ignore the decimal points and build the lattice from the digits: 47 and 36.

2. اوپر والے عدد کا اعشاریہ نقطہ اوپر والے کنارے پر نشان زد کرو، اور سائیڈ والے عدد کا دائیں کنارے پر۔

Mark the decimal point of the top number on the top edge, and of the side number on the right edge.



3. ایک کو نیچے اور دوسرے کو آر پار سرکاؤ جب تک وہ

وہی جالی، مختلف اعشاریہ نقطہ

Same lattice, different decimal point

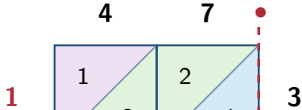
$$47 \times 3.6$$

- 47 کا کوئی اعشاریہ نقطہ لکھا نہیں ہے، اس لیے یہ اوپر والے کنارے کے بالکل دائیں طرف بیٹھتا ہے۔

47 has no decimal point written, so it sits at the **far right** of the top edge.

- 3.6 اپنا نقطہ دو قطاروں کے درمیان رکھتا ہے، پہلے کی طرح۔

3.6 puts its point between the two rows, as before.



فوری جانچ: اعشاریہ مقامات گنو

The quick check: count the decimal places

$$4.7 \times 3.6 \quad 1 + 1 = 2 \text{ places} \Rightarrow 16.92$$

$$47 \times 3.6 \quad 0 + 1 = 1 \text{ place} \Rightarrow 169.2$$

$$0.47 \times 3.6 \quad 2 + 1 = 3 \text{ places} \Rightarrow 1.692$$

$$0.47 \times 0.36 \quad 2 + 2 = 4 \text{ places} \Rightarrow 0.1692$$

- ہندسے 1692 ہر بار اسی جالی سے آتے ہیں۔

The digits 1692 come from the same lattice every single time.

- سوال میں کل اعشاریہ مقامات = جواب میں اعشاریہ مقامات۔

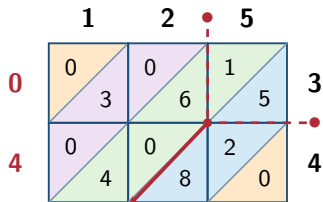
Total decimal places in the question = decimal places in the answer.

تصویر کا کتا گنتی کا کتا سے زیادہ متنتیہ حاصل کیا گیا ہے۔

حل شدہ مثال: 12.5×3.4

Worked example: 12.5×3.4

units	0	= 0
tens	$2 + 8 + 5$	= 15 → 5, carry 1
hundreds	$0 + 4 + 1 + 6 + 1$	= 12 → 2, carry 1
thousands	$0 + 0 + 3 + 1$	= 4
ten thous.	0	= 0



ہندسے: $125 \times 34 = 4250$

Digits: $125 \times 34 = 4250$.

- نقطے اوپر والے 2 کے بعد اور قطاروں کے درمیان ملتے ہیں، اس لیے ترچھا خط دائیں سے ایک جگہ نکلتا ہے۔

تمہاری باری: اعشاریہ

Your turn: decimals

(a) $2.4 \times 3.7 =$

(b) $6.3 \times 0.8 =$

(c) $5.2 \times 4.6 =$

(d) $0.46 \times 2.3 =$

(e) $13.4 \times 2.5 =$

(f) $0.85 \times 0.64 =$

ہر ایک کے لیے، شروع کرنے سے پہلے اپنا تخمینہ لکھو۔

For each one, write your **estimate** before you start.

چیلنج 1۔ 1.25×0.48 ۔ جواب کو آپ کی توقع سے کم ہندسوں کی ضرورت کیوں ہے؟ $= 0.6$ جالی 6000 دیتی ہے اور آخری صفر غائب ہو جاتے ہیں۔

Challenge 1. 1.25×0.48 . Why does the answer need fewer **digits** than you expect?

تمہاری باری: اعشاریہ

Your turn: decimals

(a) $2.4 \times 3.7 = 8.88$

(b) $6.3 \times 0.8 = 5.04$

(c) $5.2 \times 4.6 = 23.92$

(d) $0.46 \times 2.3 = 1.058$

(e) $13.4 \times 2.5 = 33.5$

(f) $0.85 \times 0.64 = 0.544$

ہر ایک کے لیے، شروع کرنے سے پہلے اپنا تخمینہ لکھو۔

For each one, write your **estimate** before you start.

چیلنج 1۔ 1.25×0.48 ۔ جواب کو آپ کی توقع سے کم ہندسوں کی ضرورت کیوں ہے؟ $= 0.6$
جالی 6000 دیتی ہے اور آخری صفر غائب ہو جاتے ہیں۔

Challenge 1. 1.25×0.48 . Why does the answer need fewer **digits** than you expect?
 $= 0.6$; the **lattice** gives 6000 and the **trailing zeros** disappear.

Summary

رقبہ

Area



ہر عدد کو مقامی قدروں میں توڑو؛ چار
رقبے چار حاصل ضرب ہیں۔

Split each number into **place values**; the four **areas** are the four **products**.

گرڈ

Grid

×	40	7
30	1200	210
6	240	42

ہر صفر لکھا گیا ہے۔ قابل اعتماد، لیکن
آخر میں ایک لمبی جمع۔

Every zero written out.
Reliable, but a long addition
at the end.

جالی

Lattice

1 2	2 1
2 4	4 2

صرف ہندسے۔ ترچھے خطوط مقامی
قدر رکھتے ہیں۔ نیچے پڑھو، پھر آریار۔

Digits only. The **diagonals**
carry the **place value**. Read
down, then across.